4장 숙제 해답

$\boxed{4-6}$ (a) $$H(s) = \frac{1}{(s^2 + s\sqrt{2-\sqrt{2}} + 1)(s^2 + s\sqrt{2+\sqrt{2}} + 1)}$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{(1-\omega^2 + j\omega\sqrt{2-\sqrt{2}})(1-\omega^2 + j\omega\sqrt{2+\sqrt{2}})}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\left[\left\{(1-\omega^2) + \omega^2(2-\sqrt{2})\right\}\left\{(1-\omega^2)^2 + \omega^2(2+\sqrt{2})\right\}\right]^{1/2}}$$

$$= \frac{1}{\left[(\omega^4 - \sqrt{2}\omega^2 + 1)(\omega^4 + \sqrt{2}\omega^2 + 1)\right]^{1/2}}$$

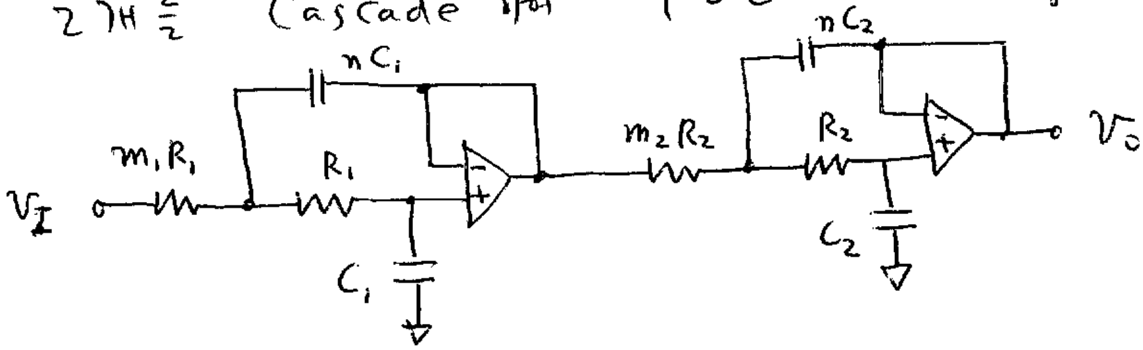
$$= \frac{1}{\sqrt{1+\omega^8}}$$

(b) 4차 Butterworth LPF, $f_c = 880\,Hz$, $H_o = 0\,dB$

Table에서 $\left\{\begin{array}{ll} f_{o1} = 1, & Q_1 = 0.541 \\ f_{o2} = 1, & Q_2 = 1.306 \end{array}\right\}$ 이므로 각각

$\left.\begin{array}{ll} f_{o1} = 880\,Hz, & Q_1 = 0.541 \\ f_{o2} = 880\,Hz, & Q_2 = 1.306 \end{array}\right\}$ 의 KRC 2차 LPF

2개를 Cascade 하여 구현한다. Unity gain 설계를 하면,



$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{m_1 n_1}\, R_1 C_1} = \frac{1}{\sqrt{m_2 n_2}\, R_2 C_2} = 2\pi \times f_{00}$$

$$Q_1 = \frac{\sqrt{m_1 n_1}}{m_1+1} = 0.541$$

$$Q_2 = \frac{\sqrt{m_2 n_2}}{m_2+1} = 1.306$$

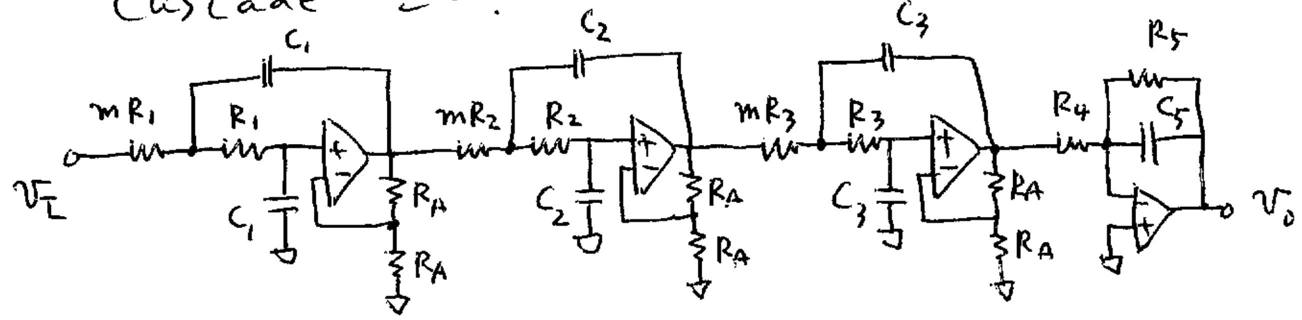
위의 관계식으로부터 m_1, n_1, m_2, n_2 및 R_1, C_1, R_2, C_2 의 값을 결정한다.

$\boxed{4-10}$ 7차 Butterworth LPF, $f_c = 1\,kHz$, $H_o = 20\,dB$

(KRC filter 에서 $n=1$ 이고 $R_A = R_B$)

Table 에서
$$\begin{cases} f_{01} = 1, & Q_1 = 0.555 \\ f_{02} = 1, & Q_2 = 0.802 \\ f_{03} = 1, & Q_3 = 2.247 \\ f_{04} = 1 & \end{cases}$$

2차 KRC filter 3단과 1차 LPF 1단을 Cascade 한다.



$$f_{01} = f_{02} = f_{03} = f_{04} = 1\,kHz$$

(ii) 각 2차 KRC LPF 단의 설계

$R_B = R_A$ 이므로 $K = 1 + \frac{R_A}{R_B} = 2 = H_0$

식 (3.60b)에서 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_i C_i m R_i C_i}} = \frac{1}{\sqrt{m} R_i C_i}$ —①

$(i = 1, 2, 3)$

식 (3.60c)에서

$$Q = \frac{1}{(1-K)\sqrt{R_i C_i / m R_i C_i} + \sqrt{R_i C_i / m R_i C_i} + \sqrt{m R_i C_i / R_i C_i}}$$

$= \sqrt{m}$ —②

① 과 ② 식에서 각 2차 KRC LPF 단의 m_i, R_i, C_i 를 결정한다.

(iii) 1차 LPF 단의 설계

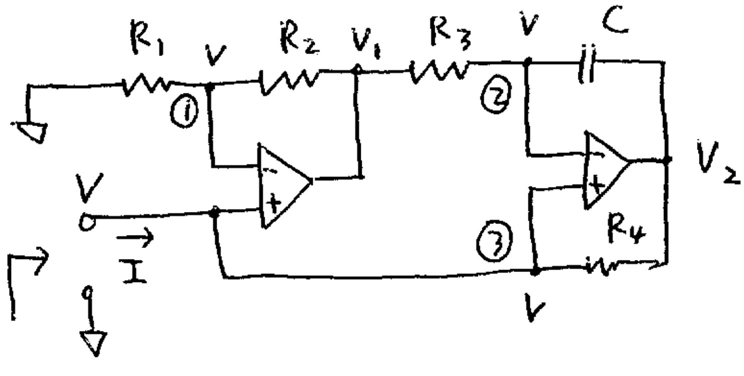
1차 LPF 단의 통과 대역 이득은 $-\frac{R_5}{R_4}$ 이다.

따라서, $\frac{R_5}{R_4} \times 2 \times 2 \times 2 = 10$ 즉 $\frac{R_5}{R_4} = 1.25$ —③

$f_{04} = \frac{1}{2\pi R_5 C_5} = 1000$ —④

③ 과 ④ 에서 R_4, R_5, C_5 를 결정한다.

$\boxed{4-18}$



노드 ① 에서 $\frac{V}{R_1} = \frac{V_1 - V}{R_2} \Rightarrow V_1 = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)V$ — ⓐ

노드 ② 에서 $\frac{V - V_1}{R_3} = j\omega C(V_2 - V)$ — ⓑ

노드 ③ 에서 $I = \frac{V - V_2}{R_4} \Rightarrow V_2 = V - R_4 I$ — ⓒ

ⓑ 식에서 $V - V_1 = j\omega R_3 C(V_2 - V)$

ⓐ 식의 V_1 을 대입하면,

$$-\frac{R_2}{R_1}V = j\omega R_3 C V_2 - j\omega R_3 C V$$

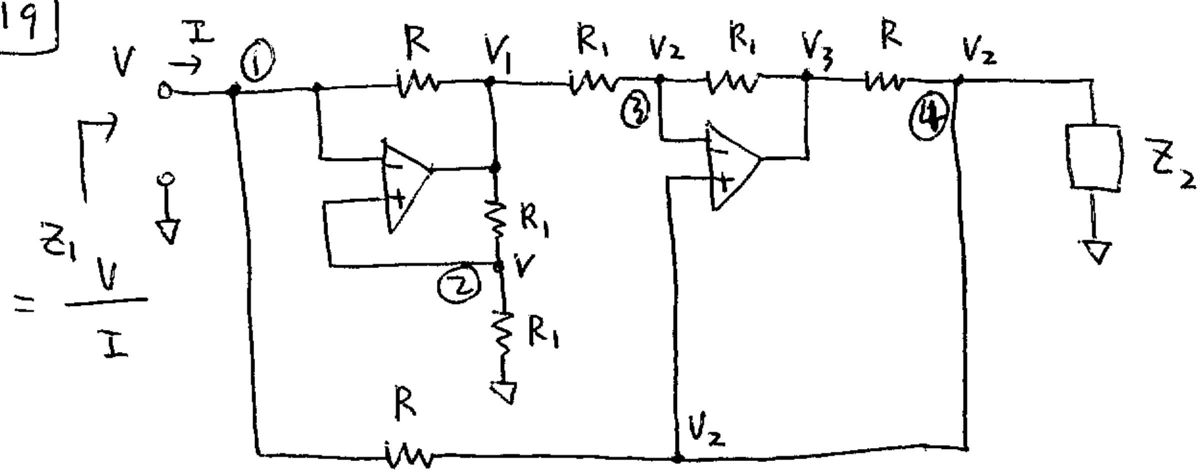
ⓒ 식의 V_2 를 대입하면,

$$-\frac{R_2}{R_1}V = j\omega \cancel{R_3} C V - j\omega R_3 R_4 C I - j\omega \cancel{R_3} C V$$

$$V = j\omega \frac{R_1 R_3 R_4}{R_2} C I$$

$$\therefore \quad C_{eq} = \frac{R_1 R_3 R_4}{R_2} C$$

$\boxed{4-19}$



노드 ① 에서 $I = \frac{V - V_2}{R} + \frac{V - V_1}{R}$

노드 ② 에서 $\frac{V_1 - V}{R_1} = \frac{V}{R_1} \Rightarrow V_1 = 2V$

노드 ③ 에서 $\dfrac{V_1 - V_2}{R_1} = \dfrac{V_2 - V_3}{R_1} \Rightarrow V_1 = 2V_2 - V_3$

노드 ④ 에서 $\dfrac{V_3 - V_2}{R} + \dfrac{V - V_2}{R} = \dfrac{V_2}{Z_2}$

$$IR = 2V - V_2 - V_1 = -V_2 \quad (\because V_1 = 2V)$$

$V_3 + V - 2V_2 = \dfrac{R}{Z_2} V_2$ 에서

$$V_3 + V = -\left(\frac{R}{Z_2} + 2\right) IR$$

$2V = -2IR - V_3$ 에서 $V_3 = -2(IR + V)$

$-2IR - 2V + V = -\left(\dfrac{R}{Z_2} + 2\right) IR$ 에서

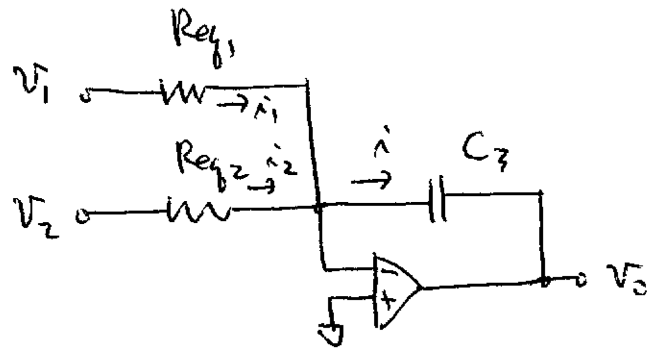
$$2IR + V = \left(\frac{R}{Z_2} + 2\right) IR$$

$$V = \frac{R}{Z_2} IR = \frac{R^2}{Z_2} I$$

$$\therefore \quad Z_1 = \frac{V}{I} = \frac{R^2}{Z_2}$$

$\boxed{4-22}$

(a) $R_{eq1} = \dfrac{1}{C_1 f_{CK}}$, $R_{eq2} = \dfrac{1}{C_2 f_{CK}}$



$$i = i_1 + i_2 = \frac{v_1}{R_{eq1}} + \frac{v_2}{R_{eq2}} = C_1 f_{CK} v_1 + C_2 f_{CK} v_2$$

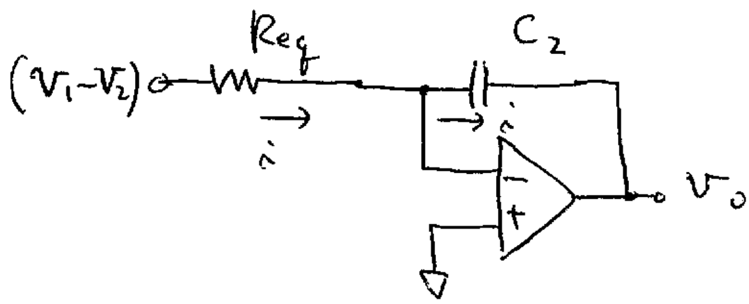
$$v_o = -\frac{1}{C_3}\int i\,dt$$

$$= -\frac{f_{CK}}{C_3}\int [C_1 v_1 + C_2 v_2]\,dt$$

$\Rightarrow$ Adding integrator

(b)

$$R_{eq} = \frac{1}{C_1 f_{CK}}$$



$$i = \frac{v_1 - v_2}{R_{eq}} = C_1 f_{CK}\,(v_1 - v_2)$$

$$v_o = -\frac{1}{C_2}\int i\,dt$$

$$= -\frac{C_1}{C_2} f_{CK}\int [v_1 - v_2]\,dt$$

$\Rightarrow$ Differential integrator